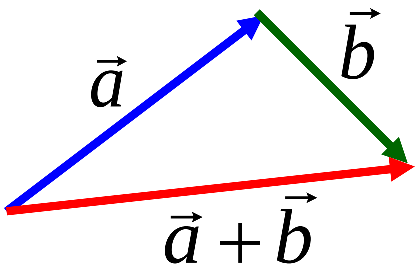
# Дії над векторами

Припіяло Сергій Олександрович, вчитель математики, Припіяло Анжеліка Михайлівна, вчитель фізики і математики, Лозуватська ЗОШ І-ІІІ ступенів Шполянської районної ради Черкаської області.

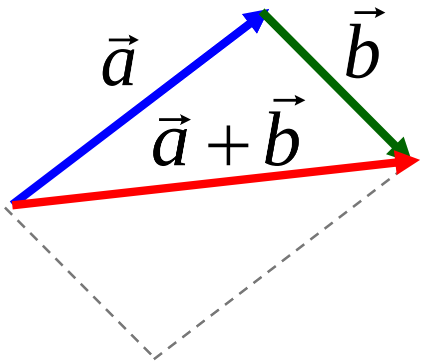
# Дії над векторами

## Додавання векторів

**Правило трикутника**




**Правило паралелограма**



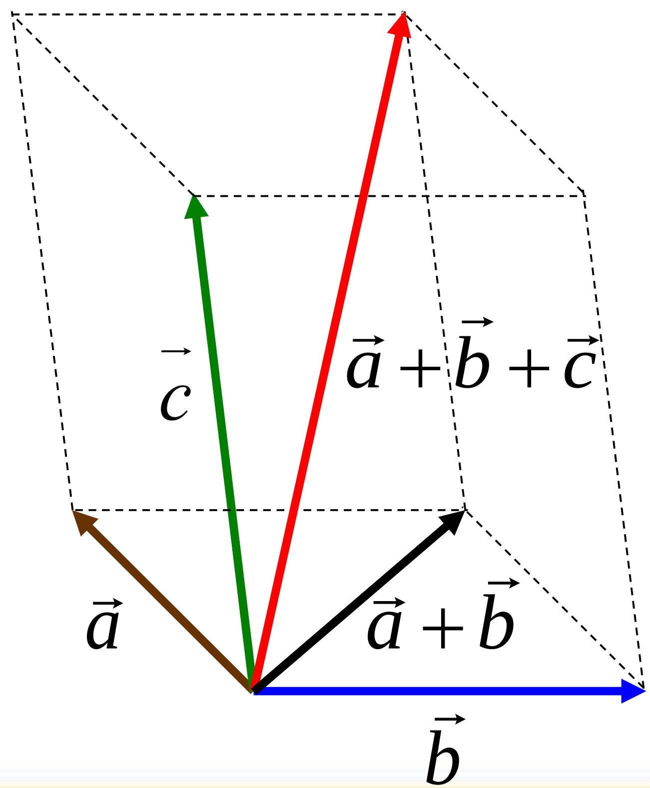

Координати суми двох векторів дорівнюють сумі відповідних координат цих векторів:

$$\vec{a}(x_1;y_1;z_1)+\vec{b}(x_2;y_2;z_2)=\vec{c}(x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2).$$

# Дії над векторами

## Додавання векторів

**Правило паралелепіпеда**



# Дії над векторами

## Властивості додавання

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a};$$

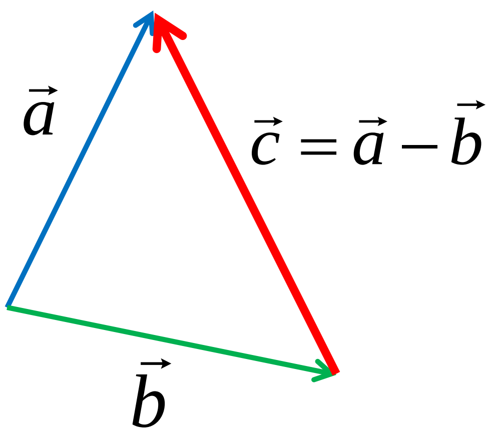
$$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c});$$

$$\vec{a}+0=\vec{a};$$

$$\vec{a}+(-\vec{a})=0.$$

# Дії над векторами

## Віднімання векторів




Різницею $\vec{a} - \vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$ такий, що

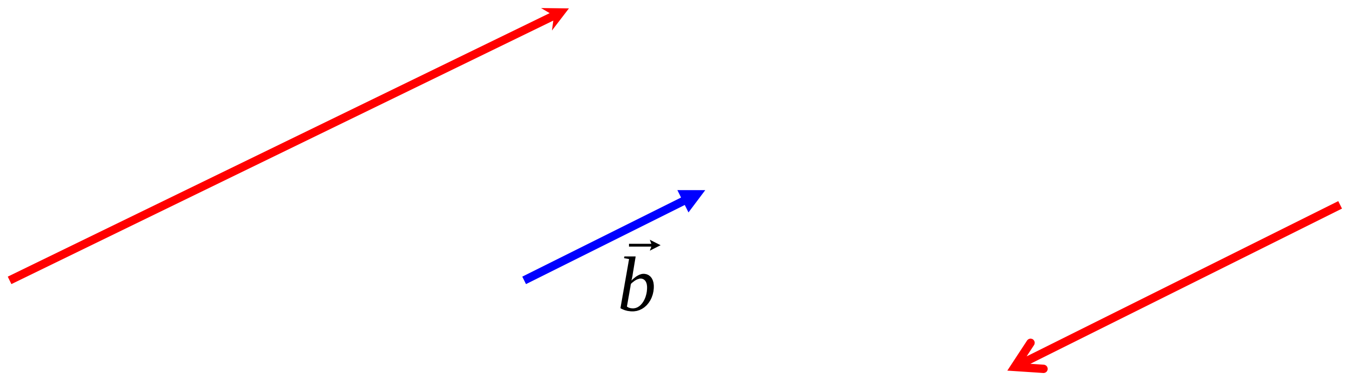
$$\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$$

Координати різниці двох векторів дорівнюють різниці відповідних координат цих векторів:

$$\vec{a}(x_1; y_1; z_1) - \vec{b}(x_2; y_2; z_2) = \vec{c}(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2).$$

# Дії над векторами

## Множення вектора на число




$\vec{a} = 3 \cdot \vec{b}$ $\qquad$ $\vec{c} = -2 \cdot \vec{b}$

Координати добутку вектора на число дорівнюють добутку відповідних координат даного вектора на це число:

$$\lambda \cdot \vec{a}(x; y; z) = \vec{c}(\lambda x; \lambda y; \lambda z).$$

# Дії над векторами

## Властивості множення

$$x(y\vec{a}) = (xy)\vec{a};$$

$$(x + y)\vec{a} = x\vec{a} + y\vec{a};$$

$$x(\vec{a} + \vec{b}) = x\vec{a} + x\vec{b}.$$

# Приклади розв'язування вправ

**Приклад 1.** Існують точки $A(2;\ 0;\ 1)$, $B(3;\ 5;\ 0)$, $C(-1;\ 2;\ 3)$.
Знайти координати вектора $\vec{n} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$.

**Розв'язання.**

Знайдемо координати векторів:

$$\overrightarrow{AB} = (3-2;\ 5-0;\ 0-1) = (1;\ 5;\ -1);$$

$$\overrightarrow{BC} = (-1-1;\ 2-5;\ 3-0) = (-4;\ -3;\ 3).$$

Скориставшись правилами виконання дій над векторами, заданими координатами, маємо:

$$2\overrightarrow{AB} = 2 \cdot (1;\ 5;\ -1) = (2;\ 10;\ -2);$$

$$3\overrightarrow{BC} = 3 \cdot (-4;\ -3;\ 3) = (-12;\ -9;\ 9).$$

$$\vec{n} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = (2;\ 10;\ -2) - (-12;\ -9;\ 9) = (14;\ 19;\ -11).$$

# Приклади розв’язування вправ

**Приклад 2.** Знайдіть вектори, які колінеарні вектору $\vec{a}(3;-1;0)$, і довжини яких утричі більша.

**Розв’язання.**

Так як шукані вектори колінеарний даному, то їх координати відповідно дорівнюють $\overrightarrow{(3\lambda;-\lambda;0)}$.

Визначимо довжину даного і шуканого векторів:

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2+(-1)^2+0^2} = \sqrt{10};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(3\lambda)^2+(-\lambda)^2+0^2} = \sqrt{10\lambda^2} = |\lambda|\sqrt{10}.$$

Так як $|\vec{b}| = 3|\vec{a}|$, то:

$$|\lambda|\sqrt{10} = 3\sqrt{10};$$

$$|\lambda| = 3;\ \lambda = \pm 3.$$

Отже, координати шуканих векторів *(9;-3;0)* і *(-9;3;0)*.

# Приклади розв’язування вправ

**Приклад 3.** Знайдіть вектори, які колінеарні вектору $\vec{a}(3; -1; 0)$, і довжини яких утричі більша.

**Розв’язання.**

Так як шукані вектори колінеарний даному, то їх координати відповідно дорівнюють $\overrightarrow{(3\lambda; -\lambda; 0)}$.

Визначимо довжину даного і шуканого векторів:

Так як $|\vec{b}| = 3|\vec{a}|$, то:

$$|\lambda|\sqrt{10} = 3\sqrt{10};$$

$$|\lambda| = 3;\ \lambda = \pm 3.$$

# Приклади розв'язування вправ

**Приклад 4.** Довести, що сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін.

**Розв'язання.**

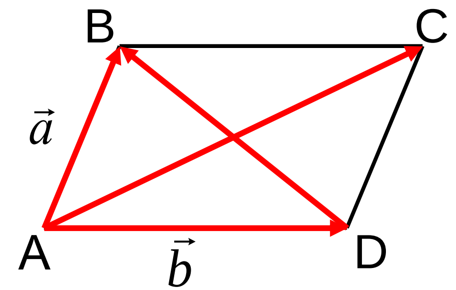
Нехай *ABCD* – паралелограм.

$$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AD}=\vec{b};\ \left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|=a,\ \left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=b.$$

За правилами додавання і віднімання векторів:

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\vec{b},$$

$$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\vec{b}.$$




Використовуючи властивості скалярного квадрата, отримуємо:

$$\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{DB}^2=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2+\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\vec{b}+\vec{b}^2+$$

$$+\vec{a}^2-2\vec{a}\vec{b}+\vec{b}^2==2\vec{a}^2+2\vec{b}^2.$$

Тому $AC^2+DB^2=AB^2+BC^2+CD^2+AD^2$.